

我々の前に立ち現れる現象について

On Phenomena Emerging before Us

小笠原 義仁* 大石 進一

Yoshihito Ogasawara Shin'ichi Oishi

早稲田大学理工学術院

Faculty of Science and Engineering, Waseda University

Abstract:

The purpose of this study is to answer an essential question "What is phenomena emerging before us?", with the aid of the notion of primitive chaos and a mathematical method, topology. Here, the primitive chaos is closely related to fundamental problems such as determinism, causality, free will, and irreversibility. By exploring conditions for the guarantee of existence of the primitive chaos, we can see the emergence of infinite varieties of events and causalities, including the relation between whole and part, the methods of recognizing phenomena, and the notions of self-similarity, coarse graining, and logic.

1 はじめに

本発表は、「我々の前に立ち現れる現象とは何か？」という問題に対して、primitive chaos と呼ばれる概念とトポロジーを用いて迫る事を目的とした研究の報告である。

ここで primitive chaos とは、決定論、因果律、自由意志、時間といった問題 [1-60] と密接に関わる概念である。又、トポロジーは「形態の概念」についての議論として理解出来るが、本研究においては「概念の形態」についての議論としても解釈されている [61, 62]。

2 Primitive Chaos からの創発

テント写像 $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $x \mapsto \min\{2x, 2(1-x)\}$, パンこね写像 $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $x \mapsto 2x$ ($0 \leq x \leq 1/2$), $2x - 1$ ($1/2 \leq x \leq 1$), ロジスティック写像 $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, $x \mapsto 4x(1-x)$ といった基本的なカオス写像は、次の特徴的な性質を持つ。

- (A) 任意の無限列 $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots$ に対して、 $\varphi(x_0) \in \omega_1, \varphi(\varphi(x_0)) \in \omega_2, \dots$ を満たすような初期値 $x_0 \in \omega_0$ が存在する。但し、各 ω_i は $A = [0, 1/2]$ か $B = [1/2, 1]$ である。

この性質は次のような意味で興味深い [63, 64, 65]。今、コイン投げにより表が出たら A として裏が出たら

B とすると、 A, B からなる記号列を確率論的・非決定論的に得る事が出来るが、上の性質 (A) は、そのように非決定論的に得られた記号列を、必ず決定論的に記述する事が出来る事を主張している。従ってこの性質は、「決定論とは何か？」という問題を孕んでいる。

あるいは、記号 A, B をより一般的に、事象 A, B からなる時系列によって表現されている現象であると解釈するならば、性質 (A) はそのような意味において、任意の現象が単純な法則 φ によって記述出来る事を主張している。従ってこれは、「法則あるいは因果律とは何か？」という問題に我々を導く。

又、我々の人生を選択の歴史であるとして、各選択肢に対して、Yes ならば A で No ならば B であるとするならば、 A, B からなる記号列は選択の歴史、すなわち我々の人生として解釈される事になるが、性質 (A) は我々が自由意志によってそれを選んだつもりであっても、単純な法則のもとにそれは始めから定まっていたものである事を主張する。従ってこの性質は、「自由意志とは何か？」という問題も孕んでいる。

さらに、 ω_n を現在であるとするならば、性質 (A) はどのような過去 $\omega_1, \dots, \omega_{n-1}$ を理解する事が出来る一方で、直後の未来 ω_{n+1} ですら予想出来ない事を意味する。これは、時間の非対称性の問題、あるいは不可逆性の問題に我々を導く。

しかしこのような考察を踏まえるならば、性質 (A) は条件が制限され過ぎている。実際、記号 A, B は事象や選択肢を意味しているが、それが A, B の 2 つしかないという状況は単純化し過ぎである。又、 A, B は点 $1/2$ において交わっているが、この 1 点において交わって

*連絡先：早稲田大学理工学術院
〒 169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1
E-mail: ogasawara@aoni.waseda.jp

いるという事実にも特別な意味はない。さらには、そもそも記号 A , B は閉区間 $[0, 1/2]$ と $[1/2, 1]$ の事であつたが、この具体的の意味にも上記の考察とは直接関係がない。

以上の議論を考慮に入れるならば、性質 (A) は次に示される primitive chaos の概念へと一般化される [63]。

定義 集合 X , 部分集合族 $\{X_\lambda; \emptyset \neq X_\lambda \subset X, \lambda \in \Lambda\}$, 写像族 $\{f_{X_\lambda} : X_\lambda \rightarrow X, \lambda \in \Lambda\}$ が性質 (P) を満たす時、 $(X, \{X_\lambda, \lambda \in \Lambda\}, \{f_{X_\lambda} : X_\lambda \rightarrow X, \lambda \in \Lambda\})$ を primitive chaos と呼ぶ。

(P) 任意の集合列 $\{\omega_i\}_{i=0}^\infty \subset \{X_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ に対して 初期値 $x_0 \in \omega_0$ が存在して、

$$f_{\omega_0}(x_0) \in \omega_1, f_{\omega_1}(f_{\omega_0}(x_0)) \in \omega_2, \dots$$

が成り立つ。

なお、primitive chaos に基本的な条件を付加する事により、非周期軌道の存在、任意の自然数 n に関する素周期 n の周期点の存在、稠密な軌道の存在、周期点の稠密性、初期値鋭敏性、位相推移性といった、カオスを特徴づける性質が現れる [66]。従って、そのような意味において primitive chaos は文字通り「原初的なカオス」である。

そして、この primitive chaos を保証する条件として次の命題が用意されている [63]。但し、可算コンパクト空間とは、任意の可算な開被覆が有限部分被覆を持つ事であり、従って任意のコンパクト空間は可算コンパクトである。

命題 X は可算コンパクト空間であり、 $\{X_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ は閉集合族であるとして、各 f_{X_λ} が連続全射とするならば、性質 (P) は満たされる。

さらに、この命題で必要とされている連続全射の存在を保証する条件の探求により、nondegenerate Peano continuum の概念を得る事が出来る [63]。ここで、non-degenerate Peano continuum とは 2 点以上を含む局所連結な連続体の事であり、連続体とは連結なコンパクト距離空間の事である。

定理 1 X を nondegenerate Peano continuum とすると、任意の $\varepsilon > 0$ に対して、直径が ε 未満の non-degenerate Peano subcontinuum からなる X の被覆 $\{X_1, \dots, X_n\}$ が存在する。そして各 i について、任意の m^i 個の点 $x_1^i, \dots, x_{m^i}^i \in X_i$ と $y_1^i, \dots, y_{m^i}^i \in X$ に対して、連続全射 $f_{X_i} : X_i \rightarrow X$ が存在して $f_{X_i}(x_1^i) = y_1^i, \dots, f_{X_i}(x_{m^i}^i) = y_{m^i}^i$ が成り立ち、性質 (P) が満たさ

れる。

そして、連続全射の存在を保証する条件への異なる探求により、Cantor set の概念を得る事も出来る [64, 65, 67]。但し、Cantor set とは Cantor middle-third set と同様な空間の事であり、0 次元で完全なコンパクト距離空間として特徴付けられる。

定理 2 X を Cantor set とすると、任意の自然数 n に対して、閉かつ開なる集合による X の直和分割 $\{X_1, \dots, X_n\}$ が存在して、連続全射 $f_{X_i} : X_i \rightarrow X, i = 1, \dots, n$ が得られて、性質 (P) が満たされる。

すなわち、primitive chaos を保証する条件の探求により、トポロジカルな概念である nondegenerate Peano continuum と Cantor set が現れてくる様子を見る事が出来る。

そして、定理 1 における正数 ε 、点 $x_1^i, \dots, x_{m^i}^i \in X_i, y_1^i, \dots, y_{m^i}^i \in X$ の任意性と、定理 2 における自然数 n の任意性により、nondegenerate Peano continuum と Cantor set が事象（選択肢）や因果律（法則）を、無限の多様性をもって保証している様子を見る事が出来る [68, 69]。

さらにこの結果は、我々が現象を理解する際に用いる、連続性（連続体）と離散性（0 次元）という対照的なものの見方に関する示唆を与えており [70]、全体と部分の関係や、自己相似性、粗視化、論理といった概念が現れてくる様子も見る事が出来る [65, 66]。

3 むすび

primitive chaos をトポロジカルな観点から探求する事により、事象や因果律が無限の多様性をもって現れてくる様子を見る事が出来る。そこには、我々が現象を理解する際に用いる対照的なものの見方についての示唆が与えられており、全体と部分の関係や自己相似性、粗視化、論理といった概念が現れてくる様子も見る事が出来る。

謝辞

本研究は JST CREST の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 460.
- [2] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger: Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 91.

- [3] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger: Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1804.
- [4] S. Augustine: *Confessionum*.
- [5] J. S. Bell: Physics **1** (1964) 195.
- [6] H. Bergson: *Essai sur les données immédiates de la conscience* (Presses Universitaires de France, Paris, 1948) [in French].
- [7] N. Bohr: Phys. Rev. **48** (1935) 696.
- [8] D. Bohm: Phys. Rev. **85** (1952) 166.
- [9] D. Bohm: Phys. Rev. **85** (1952) 180.
- [10] D. Bohm: *Fragmentation and Wholeness* (Van Leer Jerusalem Foundation, Jerusalem, 1976).
- [11] D. Bohm: *Wholeness and the Implicate Order* (Routledge & Kegan Paul, London, 1980).
- [12] H. Butterfield: *The Origins of Modern Science: 1300-1800* (Bell, London, 1949).
- [13] H. Y. Carr and E. M. Purcell: Phys. Rev **94** (1954) 630.
- [14] R. Colbeck and R. Renner: Nat. Phys. **8** (2012) 450.
- [15] J. Conway and S. Kochen: Found. Phys. **36** (2006) 1441.
- [16] J. H. Conway and S. Kochen: Not. Am. Math. Soc. **56** (2009) 226.
- [17] P. Coveney and R. Highfield: *The Arrow of Time: A Voyage Through Science to Solve Time's Greatest Mysteries* (W.H. Allen, London, 1990).
- [18] P. C. W. Davis: *The Physics of Time Asymmetry* (Surrey University Press, London, 1974).
- [19] D. C. Dennett: *Freedom Evolves* (Penguin, London, 2004).
- [20] P. Duhem: *La Theorie Physique: son Objet, sa Structure* (Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1993) [in French].
- [21] S. A. Eddington: *The nature of the physical world* (J. M. Dent & Sons Ltd., London, 1928).
- [22] S. A. Eddington: *The philosophy of physical science* (University Press, Cambridge, 1939).
- [23] A. Einstein: Ann. der Phys. **17** (1905) 891.
- [24] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen: Phys. Rev. **47** (1935) 777.
- [25] H. Everett, III: Rev. Mod. Phys. **29** (1957) 454.
- [26] Paul Feyerabend: *Against Method: Outline of an Anarchistic Theory of Knowledge* (Humanities Press, London, 1975).
- [27] R. P. Feynman: *The Character of Physical Law* (The Modern Library, New York, 1994).
- [28] J. Ford: Phys. Today **36** (1983) 40.
- [29] J. W. Gibbs: *Elementary Principles in Statistical Mechanics* (Yale Univ. Press, New Haven, 1902).
- [30] N. R. Hanson: *Patterns of Discovery: An Inquiry into the Conceptual Foundations of Science* (Cambridge University Press, Cambridge, 1958).
- [31] M. Heidegger: *Sein und Zeit* (M. Niemeyer, Tübingen, 1984) [in German].
- [32] M. Jammer: *The Philosophy of Quantum Mechanics* (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1974).
- [33] S. Kierkegaard: *Sygdommen til Døden* (C.A. Reitzels, Kjøbenhavn, 1849) [in Danish].
- [34] S. Kochen and E. P. Specker: J. Math. Mech. **17** (1967) 59.
- [35] T. S. Kuhn: *The Structure of Scientific Revolutions* (University of Chicago Press, Chicago, 1970).
- [36] 九鬼周造「偶然性の問題」岩波書店, 1935.
- [37] I. Lakatos: *The Methodology of Scientific Research Programmes*, ed. J. Worrall and G. Currie (Cambridge University Press, Cambridge, 1978).
- [38] P. S. Laplace: *Essai Philosophique sur les Probabilités* (Mme. Ve. Courcier, Paris, 1814) [in French].
- [39] H. S. Leff and A. F. Rex: *Maxwell's Demon: entropy, information, computing* (A. Hilger, Bristol, 1990).
- [40] B. Libet: *Mind Time: The Temporal Factor in Consciousness* (Harvard University Press, London, 2005).
- [41] K. Mainzer: *Der Kreative Zufall: wie das neue in die Welt kommt* (Verlag C. H. Beck oHG, München, 2007) [in German].
- [42] J. C. Maxwell: *Theory of heat* (Longmans, London, 1921).
- [43] N. D. Mermin: Phys. Today **38** (1985) 38.
- [44] N. D. Mermin: Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 803.
- [45] J. Monod: *Le Hasard et la Nécessité: Essai sur la Philosophie Naturelle de la Biologie Moderne* (Éditions du Seuil, Paris, 1970) [in French].
- [46] R. Morris: *Time's Arrows* (Simon and Schuster, New York, 1984).
- [47] 西田幾多郎著, 野家啓一編「『科学哲学』論文集」燈影舎, 1998.
- [48] R. Penrose: *The Emperor's New Mind: Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics* (Oxford University Press, Oxford, 1989).
- [49] R. Penrose: *Shadows of the Mind: a Search for the Missing Science of Consciousness* (Oxford University Press, Oxford, 1994).
- [50] I. Prigogine: *From Being to Becoming: Time and Complexity in the Physical Sciences* (W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1981).
- [51] I. Prigogine and I. Stengers: *Order Out of Chaos* (Bantam books, New York, 1984).

- [52] I. Prigogine (in collaboration with I. Stengers): *The End of Certainty: Time, Chaos, and the New Laws of Nature* (Free Press, New York, 1997).
- [53] W. V. O. Quine: *From a Logical Point of View: 9 Logico-Philosophical Essays* (Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1953).
- [54] W-K. Rhim, A. Pines, and J. S. Waugh: Phys. Rev. B **3** (1971) 684.
- [55] D. Ruelle: *Chance and Chaos* (Princeton University Press, Princeton, 1991).
- [56] J. R. Searle: The Behavioral and Brain Sciences **3** (1980) 417.
- [57] E. Schrödinger: *Mind and Matter* (Cambridge University Press, Cambridge, 1958).
- [58] V. Ž. Vulović and R. E. Prange: Phys. Rev. A **33** (1986) 576.
- [59] E. P. Wigner: Communications on Pure and Applied Mathematics **XIII** (1960) 1.
- [60] A. Zeilinger: Nature **438** (2005) 743.
- [61] K. Lewin (translated by F. Heider and G. M. Heider): *Principles of topological psychology* (McGraw-Hill Book Company, New York, 1936).
- [62] 小笠原義仁「ものの見方としての位相空間論入門」培風館, 2011.
- [63] Y. Ogasawara: J. Phys. Soc. Jpn. **79** (2010) 15002.
- [64] Y. Ogasawara and S. Oishi: RIMS Kôkyûroku **1833** (2013) 98.
- [65] Y. Ogasawara and S. Oishi: J. Phys. Soc. Jpn., submitted.
- [66] Y. Ogasawara and S. Oishi: J. Phys. Soc. Jpn. **81** (2012) 103001.
- [67] Y. Ogasawara and S. Oishi: arXiv:1203.0087v1.
- [68] 西田幾多郎「善の研究」岩波書店, 1921.
- [69] V. Weizsäcker: *Der Gestaltkreis: Theorie der Einheit von Wahrnehmen und Bewegen* (Georg Thieme Verlag, Stuttgart, 1940).
- [70] C. S. Peirce, 伊藤邦武「連續性の哲学」岩波書店, 2001.
- [71] Y. Ogasawara, S. Oishi: J. Phys. Soc. Jpn. **80** (2011) 67002.
- [72] S. B. Nadler Jr., *Continuum theory* (Marcel Dekker Inc., New York, 1992).
- [73] A. Illanes, S. B. Nadler Jr., *Hyperspaces*, Marcel Dekker Inc., New York, 1999.